

Démontage du tour de magie 1089.

Le déroulement du tour.

- On choisit un nombre de 3 chiffres : $A=813$.
- On l'inverse : $A'=318$.
- On soustrait le plus petit du plus grand : $A-A'=495=B$.
- On inverse le résultat : $B'=595$.
- On les additionne : $B+B'=1089$.

Remarques préliminaires.

- Ça marche aussi pour un nombre de 2 chiffres, mais plus pour un seul.
- Ça ne marche pas pour un palindrome $A=434$ donne $B=0$.
- Peu importe si $A'>A$. Pour la démonstration, on supposera donc que $A>A'$.

Démonstration.

Posons $A= \overline{abc} = 100 \times a + 10 \times b + c$ avec $a > c$.

$$A' = \overline{cba} = 100 \times c + 10 \times b + a$$

$$A - A' = 99 \times (a - c) = B$$

On s'aperçoit que le chiffre central b disparaît dans la soustraction.
Les valeurs possibles $a-c$ sont les entiers de 1 à 9 (puisque $a > c$).

Examinons ces 9 cas :

a-c	1	2	3	4	5	6	7	8	9
B	099	198	297	396	495	594	693	792	891

On remarque :

- Le chiffre du milieu est toujours un 9. (On peut s'en convaincre en examinant la retenue dans la soustraction)
- La somme des extrêmes est toujours 9. (On peut s'en convaincre par le critère de divisibilité par 9)

Dès lors, posons $B = \overline{x9y}$

$$B + B' = \overline{x9y} + \overline{y9x} = 100 \times (x + y) + 10 \times 9 \times 2 + (x + y) = \mathbf{1089}$$
 puisque $x + y = 9$.

CQFD

Merci à Claude Renouf pour ce tour, présenté lors de son atelier LBN (La Beauté des Nombres)